

ŁÓDZKIE
CENTRUM
DOSKONAŁENIA
NAUCZYCIELI
I KSZTAŁCENIA
PRAKTYCZNEGO



WOJEWÓDZKI KONKURS PRZEDMIOTOWY Z MATEMATYKI DLA UCZNIÓW GIMNAZJÓW 2014/2015

ELIMINACJE REJONOWE (CZĘŚĆ PISEMNA)

Zad.1	Zad.2	Zad.3	Zad.4	Zad.5	RAZEM
4 pkt	6 pkt	5 pkt	5 pkt	5 pkt	25 pkt

Czas trwania: **90 minut**

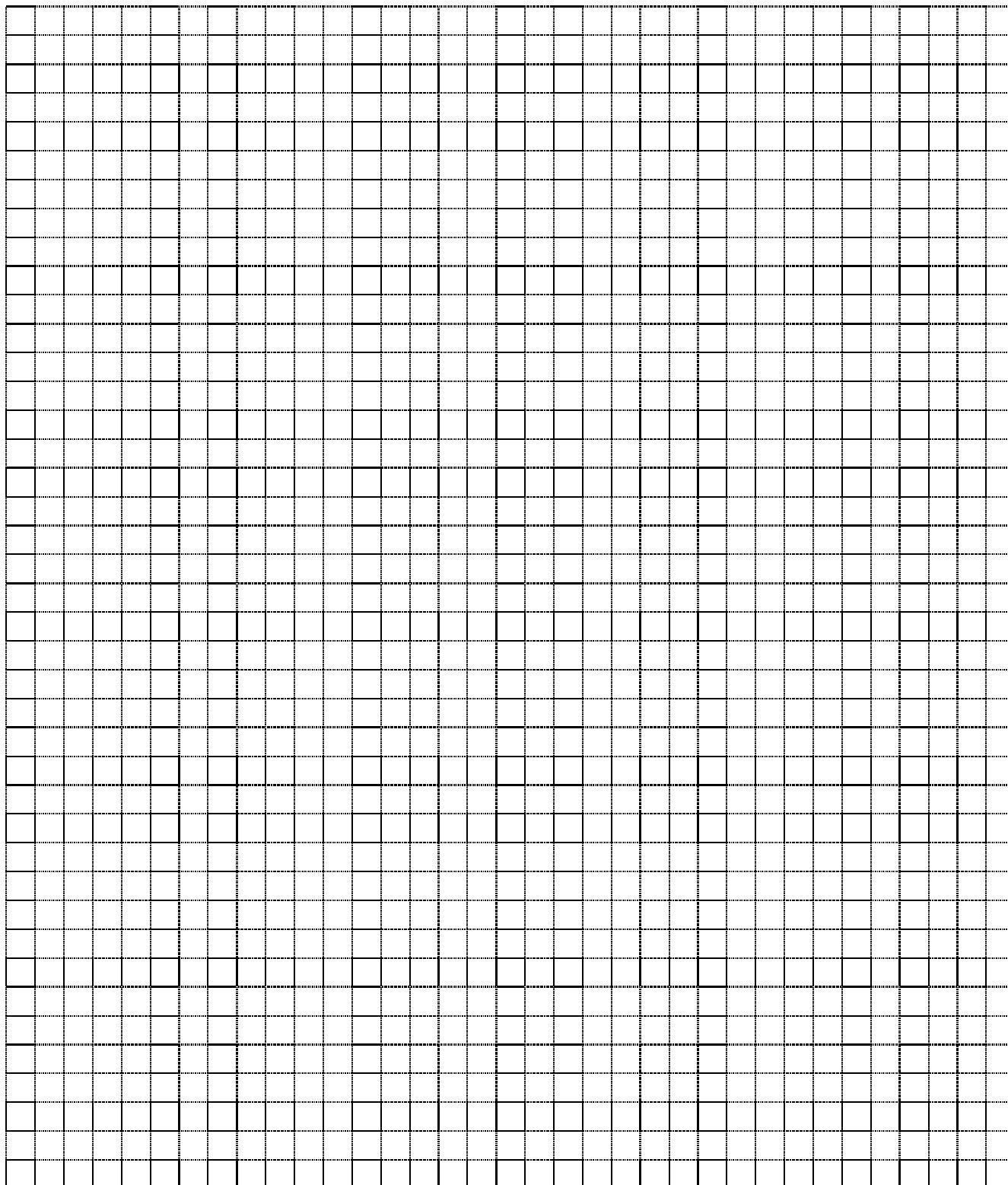
Instrukcja dla ucznia

1. Otrzymujesz do rozwiązania 5 zadań.
2. Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut.
3. Przeczytaj uważnie treść zadań.
4. Rozwiązując każde zadanie, przedstaw sposób swojego rozumowania.
5. Rozwiązana zapisuj czytelnie długopisem lub piórem z czarnym tuszem/atramentem.
6. Jeśli się pomylisz, to skreśl zbędne fragmenty. Nie używaj korektora.
7. Ołówek możesz używać jedynie do wykonywania rysunków.
8. Nie korzystaj z kalkulatora.

Powodzenia

Zadanie 1. (0 – 4 pkt)

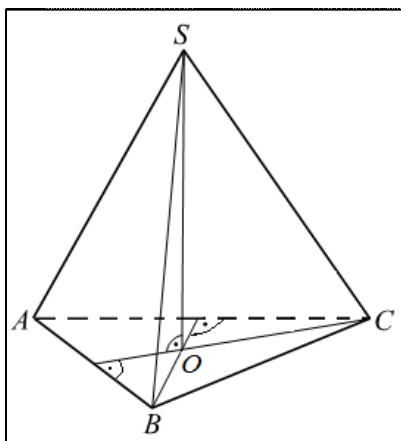
W lipcu Tomek był na uroczystym przyjęciu z okazji urodzin swojego dziadka. Będąc na tym spotkaniu chłopiec obliczył średnią wieku wszystkich obecnych gości (nie brał wtedy pod uwagę wieku swojego dziadka) i okazało się, że była ona o 42 lata mniejsza od wieku jego dziadka. Natomiast średnia wieku wszystkich osób obecnych na tym przyjęciu była o 40 lat mniejsza od wieku jego dziadka. Ile osób (łącznie z Tomkiem i jego dziadkiem) obecnych było na tych urodzinach?



Zadanie 2. (0 – 6 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym $ABCS$ (zobacz rysunek) promień okręgu opisanego na podstawie ABC jest równy $2\sqrt{3}$ cm, a krawędź boczna tworzy z płaszczyzną podstawy ostrosłupa kąt 30° .

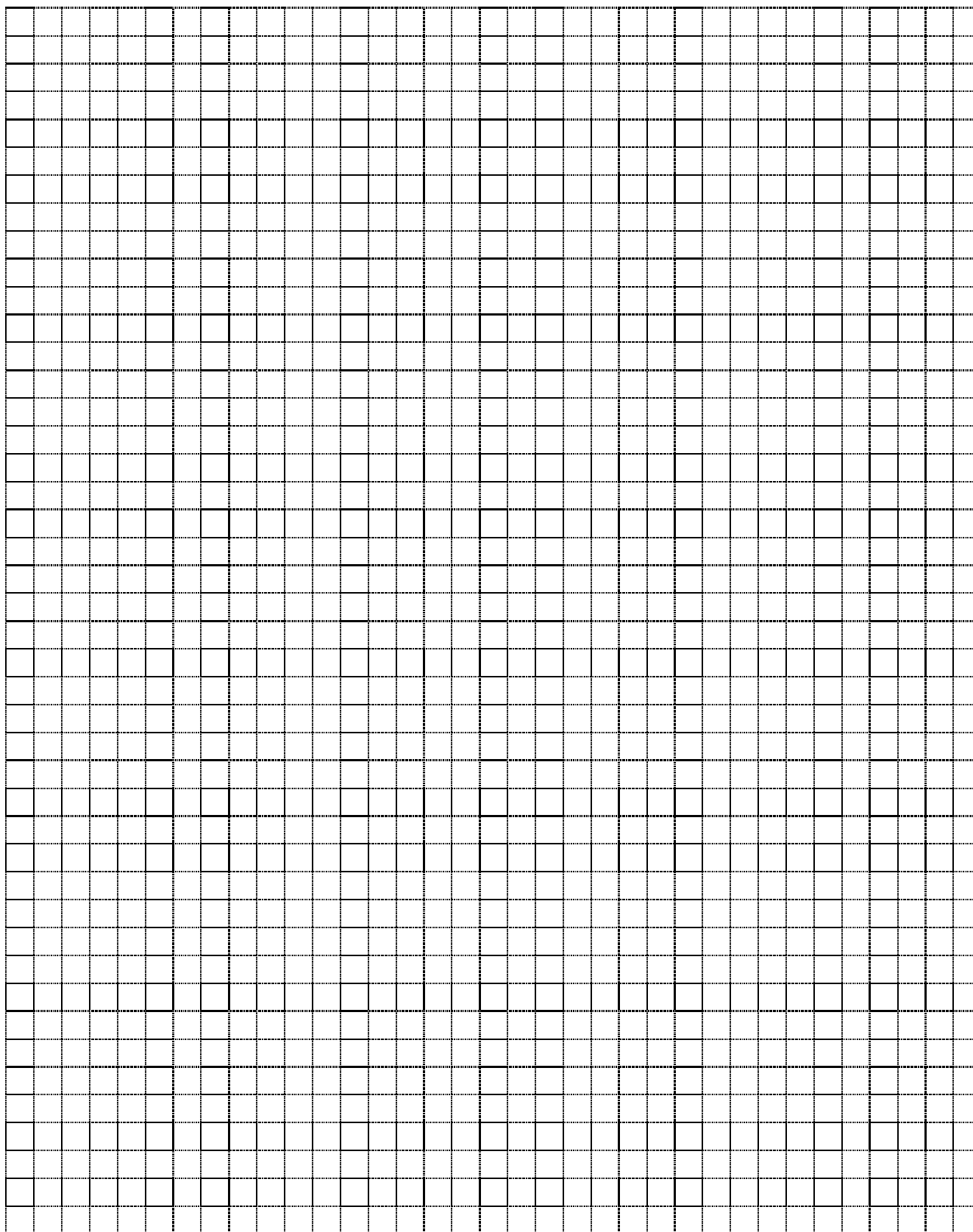
Oblicz pole powierzchni bocznej i objętość tej bryły.



Zadanie 3. (5 pkt)

Rozwiąż równanie

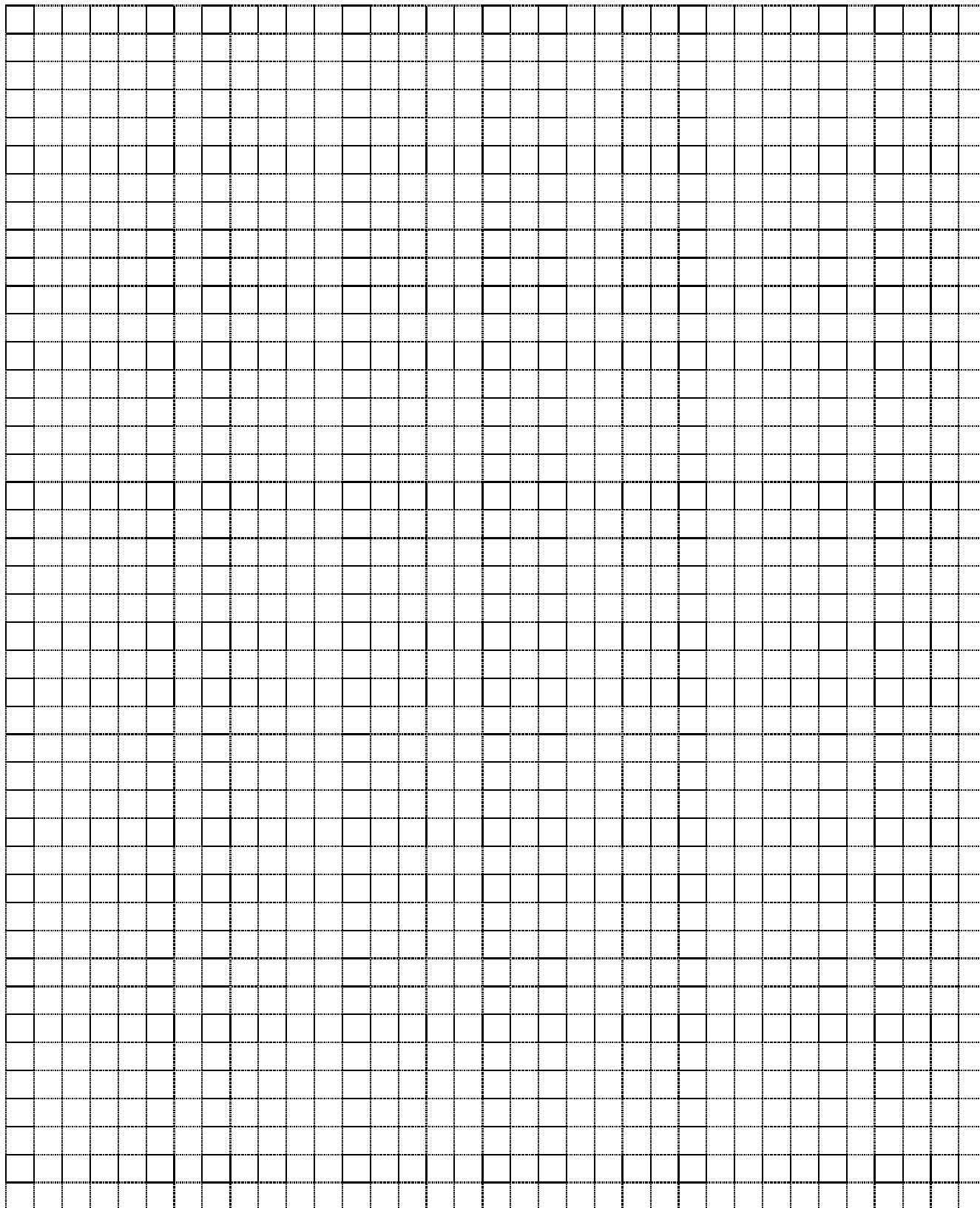
$$|2x + 4| + |3x - 6| = 14.$$

Które z otrzymanych rozwiązań należy do zbioru rozwiązań nierówności $|x - 3| < 1$?

Zadanie 4. (5 pkt)

Dwaj bracia obchodzą dzisiaj urodziny. Wiek młodszego z nich to liczba większa od 30 i mniejsza od 40. Natomiast starszy z nich ma więcej niż 40 lat, ale mniej niż 50.

Ile lat ma każdy z braci jeżeli wiadomo, że iloczyn ich lat jest równy trzeciej potędze pewnej liczby naturalnej n ?



Zadanie 5. (5 pkt)

Udowodnij, że

$$\sqrt{14 + \sqrt{180}} - \sqrt{9 - \sqrt{80}} = 5.$$

Uwaga. Równość $\sqrt{7 - \sqrt{48}} + \sqrt{4 + \sqrt{12}} = 3$ można udowodnić np. przekształcając wyrażenie zapisane po lewej stronie w następujący sposób:

$$\begin{aligned} \sqrt{7 - \sqrt{48}} + \sqrt{4 + \sqrt{12}} &= \sqrt{4 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + 3} + \sqrt{1 + 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} + 3} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(1 + \sqrt{3})^2} = \\ &= |2 - \sqrt{3}| + |1 + \sqrt{3}| = (2 - \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3}) = 2 - \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} = 3. \end{aligned}$$

W dowodzie wykorzystujemy definicję pierwiastka kwadratowego, a także stosujemy działania na pierwiastkach oraz wzory skróconego mnożenia.

